


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
цифровых технологий

 / Кургалин С.Д.

22.04.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.18 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА В КВАНТОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ

- 1. Код и наименование направления подготовки:**
02.03.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки:**
математическое и программное обеспечение информационных систем и технологий
- 3. Квалификация выпускника:**
бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**
кафедра цифровых технологий
- 6. Составители программы:**
Клинских Александр Федотович, д.ф.-м.н., профессор
- 7. Рекомендована:**
НМС ФКН (протокол № 5 от 05.03.2024)
- 8. Учебный год:** 2026-2027 **Семестр:** 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

– изучение приложений линейной алгебры при анализе схем квантовых вычислений;

Задачи учебной дисциплины:

– изучение гильбертова пространства кубитов, линейных операторов с использованием геометрических понятий;

– анализ задачи на собственные значения;

– приложения спектрального разложения.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к блоку Б1 учебного плана (часть, формируемая участниками образовательных отношений, дисциплины по выбору). Входные требования: знание математического анализа, линейной алгебры в объеме 1-2 курсов.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.	ПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	Знать: Аксиомы гильбертова пространства, постановку задачи на собственные значения, приложения спектрального разложения
		ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	Уметь: Вычислять скалярное произведение состояний кубитов, Находить собственные значения и собственные векторы, спектральные разложения
		ПК-1.3	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	Владеть: Методами компьютерного анализа задач линейной алгебры кубитов
ПК-3	Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники.	ПК-3.1	Знает основные методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программных продуктов и программных комплексов, их сопровождения, администрирования и развития (эволюции).	Знать: Достоинства и недостатки программного обеспечения для решения задач линейной алгебры кубитов
		ПК-3.2	Умеет использовать методы проектирования и производства	Уметь: Работать с программным продуктом Python

			программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программного продукта.	
		ПК-3.3	Имеет практический опыт применения указанных выше методов и технологий.	Владеть: Навыками работы с блокнотом
ПК-4	Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования.	ПК-4.1	Знает современные методы разработки и реализации алгоритмов математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования.	Знать: Алгоритмы спектрального разложения
		ПК-4.2	Умеет разрабатывать и реализовывать алгоритмы математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования.	Уметь: Реализовать спектрального разложения
		ПК-4.3	Имеет практический опыт разработки и реализации алгоритмов на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования.	Владеть: Навыками компьютерной реализации спектрального разложения

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 2/72.

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			5 семестр
Аудиторные занятия		50	50
в том числе:	лекции	34	32
	практические		
	лабораторные	16	16
Самостоятельная работа		22	22
в том числе: курсовая работа (проект)			
Форма промежуточной аттестации (зачет с оценкой)			
Итого:		72	72

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1. Лекции			
1.1	Линейные пространства	1. Векторные пространства 2. Пространства кубитов 3. Базисы 4. Разложение вектора по базису	
1.2	Операторы	5. Линейные операторы 6. Классификация операторов 7. Матричное представление операторов 8. Процедура ортогонализации 9. Неравенство Коши-Шварца	
1.3	Приложения	10. Собственные векторы и собственные значения 11. Характеристический полином и характеристическое уравнение 12. Эрмитовы оператор 13. Унитарные оператор 14. Функции операторов 15. Спектральная теорема и спектральное разложение 16. Заключительная лекция	
2. Лабораторные занятия			
2.1	Линейные пространства	1. Пространство кубитов 2. Базисы	
2.2	Приложения	1. Задача на собственные значения 2. Эрмитовы операторы 3. Унитарные операторы 4. Спектральная теорема 5. Спектральное разложение	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)			
		Лекции	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Линейные пространства	10	8	6	24
2	Операторы	10	0	8	18
3	Приложения	14	8	8	30
	Итого:	34	16	22	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических заданий в объеме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на

знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины.

Лекционные занятия формируют базу для практических занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, конспектов практических занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы. Обязательным элементом самостоятельной работы является выполнение домашнего задания.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения требуется выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к онлайн-занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

В рамках дисциплины предусмотрено проведение трёх текущих аттестаций за семестр. Результаты текущей успеваемости учитываются при выставлении оценки по промежуточной аттестации в соответствии с положением П ВГУ 2.1.04.16–2019 «Положение о текущей и промежуточной аттестации знаний, умений и навыков обучающихся на факультете компьютерных наук Воронежского государственного университета с использованием балльно-рейтинговой системы».

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом их индивидуальных психофизических особенностей и в соответствии с индивидуальной программой реабилитации. Для лиц с нарушением слуха при необходимости допускается присутствие на лекциях и практических занятиях ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки на зачете может быть увеличено. Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации (например, с использованием программ-синтезаторов речи), а также использование на лекциях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т.д.). На лекциях и практических занятиях при необходимости допускается присутствие ассистента. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам. При необходимости время подготовки на экзамене может быть увеличено. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости допускается присутствие ассистента на лекциях и практических занятиях. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата проводится на общих основаниях, при необходимости процедура экзамена может быть реализована дистанционно.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Бирман, М. Ш. Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве : учебное пособие / М. Ш. Бирман, М. З. Соломяк. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-1076-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210518
2	Масленников, В. В. Введение в квантовые вычисления : учебное пособие / В. В. Масленников. — Москва : РТУ МИРЭА, 2024. — 74 с. — ISBN 978-5-7339-2254-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/432662

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Прилипка, В. К. Физические основы квантовых вычислений. Динамика кубита : монография / В. К. Прилипка, И. И. Коваленко. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 216 с. — ISBN 978-5-8114-3383-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/205985
2	Беззатеев, С. В. Основы квантовых вычислений : учебное пособие / С. В. Беззатеев, С. Г. Фомичева. — Санкт-Петербург : ГУАП, 2022. — 81 с. — ISBN 978-5-8088-1735-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/340919

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1	ЗНБ ВГУ: https://lib.vsu.ru/
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": http://biblioclub.ru/
3	Электронно-библиотечная система "Лань": https://e.lanbook.com/
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": http://www.studmedlib.ru
5	Электронный университет ВГУ: https://edu.vsu.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Прилипка, В. К. Физические основы квантовых вычислений. Динамика кубита : монография / В. К. Прилипка, И. И. Коваленко. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 216 с. — ISBN 978-5-8114-3383-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/205985

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение)

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория для лекционных занятий: мультимедиа-проектор, экран для проектора, компьютер с выходом в сеть «Интернет». Специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

Аудитория для лабораторных занятий: компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и доступом к электронным библиотечным системам, специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Линейные пространства	ПК-1 ПК-3 ПК-4	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3 ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 ПК-4.1, ПК-4.2, ПК-4.3	Лабораторные работы Письменный опрос Тестовые задания
2	Операторы	ПК-1 ПК-3 ПК-4	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3 ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 ПК-4.1, ПК-4.2, ПК-4.3	Лабораторные работы Письменный опрос Тестовые задания
3	Приложения	ПК-1 ПК-3 ПК-4	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3 ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 ПК-4.1, ПК-4.2, ПК-4.3	Лабораторные работы Письменный опрос Тестовые задания
4	Приложения	ПК-1 ПК-3 ПК-4	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3 ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 ПК-4.1, ПК-4.2, ПК-4.3	Лабораторные работы Письменный опрос Тестовые задания
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт с оценкой				Перечень вопросов к зачёту

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: письменный опрос, лабораторная работа, тестовые задания

Примерный перечень вопросов для письменного опроса

1. Формула Эйлера. (5 баллов)
2. Сложение комплексных чисел (5 баллов)
3. Умножение комплексных чисел (5 баллов)
4. Деление комплексных чисел (5 баллов)
5. Вектор состояния кубита (5 баллов)
6. Сфера Блоха (5 баллов)
7. Скалярное произведение (10 баллов)
8. Ортогонализация векторов (10 баллов)

Критерии оценивания

- 0-24 балла — «неудовлетворительно»
- 25-34 балла — «удовлетворительно»
- 35-44 балла — «хорошо»
- 45-50 баллов — «отлично»

Перечень лабораторных работ

1. Базисы
2. Разложение вектора по базису
3. Скалярное произведение векторов
4. Операторы
5. Эрмитовы операторы
6. Унитарные операторы
7. Спектральная теорема
8. Спектральное разложение

Типовое задание для лабораторной работы

Лабораторная работа № 1 «Базисы»

Цель работы: познакомиться с базисами: вычислительным, диагональным и круговым. Требуется разработать программу для иллюстрации взаимосвязи различных базисов.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей взаимосвязи различных базисов.

Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы. программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: написать программу, реализующую взаимосвязи различных базисов. Проверить работу программы на контрольном примере.

Тестовые задания

Задания с выбором ответа

№	Задание	Варианты ответа	Верный ответ
1	Найти результат произведения: ZX .	1) Y ; 2) $-Y$; 3) iY ; 4) $-iY$	iY
2	Найти результат произведения: $3i \cdot 5i$	1) 0; 2) -15 ; 3) 15; 4) $15i$	-15
3	Найти результат произведения: $(2 e_x\rangle + 3 e_y\rangle, e_x\rangle)$	1) 0; 2) 2; 3) 1; 4) 3	2
4	Дан вектор: $2 e_x\rangle + 3 e_y\rangle$. Чему равна у координата?	1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 2	3
5	Даны векторы: $ a\rangle = e_x\rangle + 3 e_y\rangle$ и $ b\rangle = 2 e_x\rangle + 6 e_y\rangle$. Являются ли эти векторы линейно зависимыми?	1) да; 2) нет	да

6	Рассматриваются векторы вычислительного и диагонального базисов. Чему равно скалярное произведение $\langle + 1\rangle$?	1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 0.7	0.7
7	Дан вектор $ a\rangle=4 e_x\rangle+3 e_y\rangle$. Чему равен модуль этого вектора?	1) 4; 2) -5; 3) 3; 4) 5	5
8	Чему равен след матрицы X?	1) 1; 2) -1; 3) 0; 4) 2	0
9	Чему равен определитель матрицы X?	1) 1; 2) -1; 3) 0; 4) 2	-1
10	Чему равен определитель матрицы, собственные значения которой равны 1 и (-1)?	1) 1; 2) -1; 3) 0; 4) 2	-1

Задания с кратким ответом

№	Задание	Верный ответ
1	Чему равно скалярное произведение векторов: $ a\rangle=4 e_x\rangle+3 e_y\rangle$, $ b\rangle=-3 e_x\rangle+4 e_y\rangle$?	0
2	Являются ли векторы $ a\rangle=4 e_x\rangle+3 e_y\rangle$, $ b\rangle=-3 e_x\rangle+4 e_y\rangle$ ортогональными?	да
3	Являются ли векторы $ a\rangle=4 e_x\rangle+3 e_y\rangle$, $ b\rangle=-3 e_x\rangle+4 e_y\rangle$ нормированными?	нет
4	Чему равны собственные значения матрицы X?	1, -1
5	Чему равен след матрицы YX?	0

Задания с развёрнутым ответом

Задание 1. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы X.

Решение.

- 1) Постановка задачи. $X|v\rangle = x|v\rangle$
- 2) Нахождение с.з. x : $x_1=1$, $x_2=-1$.
- 3) Нахождение с.в. $|v_1\rangle = 0,707(1,1)^T$, $|v_2\rangle=0,707(1,-1)^T$.
- 4) Проверка.

Задание 2. Упростить выражение e^{iAx} .

I

Решение.

- 1) Постановка задачи. Найти значение операторной функции.
- 2) $A^2=I$.
- 3) Используем степенной ряд для экспоненты.
- 4) $e^{iAx} = \cos x + iA\sin x$.

Задание 3. Найти спектральное разложение матрицы X.

Решение.

- 1) Постановка задачи. $X|v\rangle = x|v\rangle$
- 2) Нахождение с.з. x : $x_1=1$, $x_2=-1$.
- 3) Нахождение с.в. $|v_1\rangle = 0,707(1,1)^T$, $|v_2\rangle=0,707(1,-1)^T$.
- 4) Нахождение проекторов P_1 , P_2 .
- 5) Запись спектрального разложения $X=x_1P_1+x_2P_2$.

Задание 4. Найти матрицу $X^{1/2}$.

Решение.

- 1) Постановка задачи. $X|v\rangle = x|v\rangle$
- 2) Нахождение с.з. x : $x_1=1, x_2=-1$.
- 3) Нахождение с.в. $|v_1\rangle = 0,707(1,1)^T, |v_2\rangle = 0,707(1,-1)^T$.
- 4) Нахождение проекторов P_1, P_2 .
- 5) Запись спектрального разложения $X^{1/2} = x_1^{1/2}P_1 + x_2^{1/2}P_2$.

Задание 5. Проверить условие полноты для собственных векторов матрицы X .

Решение.

- 1) Постановка задачи. $X|v\rangle = x|v\rangle$
- 2) Нахождение с.з. x : $x_1=1, x_2=-1$.
- 3) Нахождение с.в. $|v_1\rangle = 0,707(1,1)^T, |v_2\rangle = 0,707(1,-1)^T$.
- 4) Проверка условия полноты $I = |v_1\rangle\langle v_1| + |v_2\rangle\langle v_2|$.

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: перечень вопросов к зачету

Перечень вопросов к зачёту

- 1) Понятие гильбертова пространства в квантовых вычислениях.
- 2) Вычислительный базис.
- 3) Диагональный базис или базис Адамара.
- 4) Круговой базис.
- 5) Базис Белла.
- 6) Разложение вектора по базису.
- 7) Линейная независимость.
- 8) Скалярное произведение.
- 9) Неравенство Коши-Шварца.
- 10) Понятие оператора. Коммутатор операторов.
- 11) Эрмитовы операторы.
- 12) Унитарные операторы.

- 13) Собственные значения оператора.
- 14) QR алгоритм.
- 15) Собственные векторы операторов.
- 16) Ортогонализация системы векторов.
- 17) Спектральная теорема.
- 18) Спектральное разложение матриц.
- 19) Функции операторов.

Для оценивания результатов обучения на зачёте с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Изложение материала не содержит ошибок, отличается последовательностью, грамотностью, логической стройностью.	Повышенный уровень	Отлично
Дан развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Материал изложен в целом последовательно и грамотно, отсутствуют грубые ошибки, однако имеются отдельные неточности в определениях, вычислениях, доказательствах, изложениях положений теории.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) содержит изложение только базового теоретического материала, имеются ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Нарушена логическая последовательность в изложении материала.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) отсутствует, либо содержит грубые ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Обучающийся не владеет основными понятиями дисциплины. Отсутствует логическая последовательность в изложении материала.	–	Неудовлетворительно